**แผนการจัดการเรียนรู้**

**รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6**

**หน่วยการเรียนรู้ ลำดับอนันต์ เรื่อง การหาค่าลิมิตของลำดับอนันต์ เวลา 1 ชั่วโมง**

**ผลการเรียนรู้**

ระบุได้ว่าลำดับที่กำหนดให้เป็นลำดับลู่เข้าหรือลู่ออก

**สาระสำคัญ**

**ลิมิตของลำดับอนันต์**

**บทนิยาม 5** ให้  เป็นลำดับอนันต์ ถ้า  มีค่ามากขึ้นโดยไม่มีที่สิ้นสุดแล้ว  เข้าใกล้ หรือเท่ากับจำนวนจริง  เพียงจำนวนเดียวเท่านั้น จะเขียน  (อ่านว่า ลิมิตของลำดับ  เมื่อ มากขึ้นโดยไม่มีที่สิ้นสุด เท่ากับ ) และจะเรียก  ว่า **ลิมิตของลำดับ (limit of a sequence)** และกล่าวว่าลำดับนี้มีลิมิตเท่ากับ เรียกลำดับอนันต์ที่มีลิมิตว่า **ลำดับลู่เข้า (convergent sequence)** และเรียกลำดับอนันต์ที่ไม่ใช่ลำดับลู่เข้าว่า **ลำดับลู่ออก (divergent sequence)**

**ทฤษฎีบท 1** ให้ เป็นจำนวนจริงบวก จะได้ว่า  และ  ไม่มีค่า

**ทฤษฎีบท 2**ให้ เป็นจำนวนจริง จะได้ว่า

ถ้า  แล้ว 

ถ้า  แล้ว  ไม่มีค่า

**จุดประสงค์การเรียนรู้**

นักเรียนสามารถหาลิมิตของลำดับอนันต์ได้

**สาระการเรียนรู้**

ลิมิตของลำดับอนันต์

**กระบวนการจัดการเรียนรู้**

1. ครูทบทวนความรู้เรื่องการหาค่าของลำดับ ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้นักเรียนสามารถหาลิมิตของลำดับอนันต์ได้
2. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม 3 – 5 คน เพื่อทำใบกิจกรรมที่ 1 โดยให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz ในการสำรวจคำตอบและให้นักเรียนในกลุ่มร่วมกันอภิปรายถึงข้อค้นพบในแต่ละข้อในใบกิจกรรมที่ 1 เพื่อตอบคำถามท้ายข้อในแต่ละข้อ (ขั้นการสำรวจและหาความสัมพันธ์)
3. ครูอธิบายบทนิยามลิมิตของลำดับ
4. ครูให้นักเรียนนำเสนอผลจากการอภิปราย จากใบกิจกรรม ดังนี้

* จากใบกิจกรรมข้อที่ 1.1 มีแนวการหาลิมิตของลำดับดังนี้

กำหนดให้  ใช้เครื่องคำนวณหาค่าลิมิตของลำดับดังนี้

1. ใช้ MENU 1 : Calculate



1. ป้อนฟังก์ชันที่จะหาลิมิตโดยใช้ x แทน n ดังนี้ a1R[d
2. จาก  หาค่า  จะได้ ดังนี้ r1==

1. หาค่า  จะได้ ดังนี้ r2==n

1. หาค่า  จะได้ ดังนี้ r3==n

1. หา  โดยวิธีเดียวกันจะได้  คือ 
2. หา  โดยการลองแทนค่า n เป็นจำนวนที่มีค่ามาก ๆ ทำได้ดังนี้

 

 

 

 

1. จากข้อ 7) ได้ว่า ถ้า n = 100 จะได้ 

n = 10,000 จะได้ 

n = 1,000,000 จะได้ 

n = 1,000,000,000 จะได้ 

พบว่าเมื่อ n มีค่ามากขึ้น ค่าของ  จะลดลงและเข้าใกล้ 0

จึงสรุปได้ว่า  และลำดับนี้เป็นลำดับลู่เข้า

* จากใบกิจกรรมที่ 1 ข้อที่ 1.2, 1.3 สามารถหาคำตอบได้โดยอาศัยวิธีการเดียวกัน
* จากใบกิจกรรมที่ 1 ข้อที่ 1.5 มีแนวการหาลิมิตของลำดับดังนี้

กำหนดให้  ใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz หาค่าลิมิตของลำดับดังนี้

1. ใช้ MENU 1 : Calculate



1. ป้อนฟังก์ชันที่จะหาลิมิตโดยใช้ x แทน n ดังนี้ [d



1. จาก  หาค่า  จะได้ ดังนี้ r1==

1. หา  โดยวิธีเดียวกันจะได้  คือ 
2. หา  โดยการลองแทนค่า n เป็นจำนวนที่มีค่ามาก ๆ ทำได้ดังนี้

 

 

พบว่าเมื่อ n มีค่ามากขึ้น ค่าของ  จะเพิ่มขึ้นและไม่เข้าใกล้จำนวนใดจำนวนหนึ่ง

จึงสรุปได้ว่า  ไม่มีค่า และลำดับนี้เป็นลำดับลู่ออก

* จากใบกิจกรรมข้อที่ 1.4, 1.6 สามารถหาคำตอบได้โดยอาศัยวิธีการเดียวกัน

1. เมื่อนักเรียนทำกิจกรรมข้อ 1.1 – 1.6 จะสามารถสร้างข้อคาดการณ์ได้ว่า

ให้ r เป็นจำนวนจริงบวก จะได้ว่า  และ  ไม่มีค่า (ขั้นสรุปความสัมพันธ์)

1. ตัวอย่างการใช้เครื่องคำนวณทำกิจกรรมข้อ 2.1 
2. ป้อนฟังก์ชันที่จะหาลิมิตโดยใช้ x แทน n ดังนี้ (a1R2$)^[
3. หา  โดยการลองแทนค่า n เป็นจำนวนเต็มต่างๆ และมีค่ามากขึ้น เช่น

สรุปได้ว่า เมื่อ n = 10 จะได้

 

สรุปได้ว่า เมื่อ n = 100 จะได้ 

 

สรุปได้ว่า เมื่อ n = 1,000,000 จะได้ 

1. พบว่าเมื่อ n มีค่ามากขึ้น ค่าของ  จะลดลงและเข้าใกล้ 0 และลำดับนี้เป็นลำดับลู่เข้า
2. เมื่อนักเรียนทำกิจกรรมข้อ 2.1 – 2.10 จะสามารถสร้างข้อคาดการณ์ได้ว่า

ให้ r เป็นจำนวนจริง จะได้ว่า

ถ้า  แล้ว 

ถ้า  แล้ว  ไม่มีค่า (ขั้นสรุปความสัมพันธ์)

1. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 1 (ขั้นการฝึกทักษะ)

**สื่อการเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้**

1. เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz
2. ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่องการหาค่าลิมิตของลำดับอนันต์
3. แบบฝึกทักษะที่ 1 เรื่องการหาค่าลิมิตของลำดับอนันต์

**การวัดผลและประเมินผล**

1. ประเมินจากการทำใบกิจกรรมที่ 1
2. ประเมินจากการทำแบบฝึกทักษะที่ 1
3. ประเมินจากการตอบคำถามของนักเรียน

**ใบกิจกรรมที่ 1**

**เรื่อง การหาค่าลิมิตของลำดับอนันต์**

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz ทำกิจกรรมต่อไปนี้

1. จงหาลิมิตของลำดับต่อไปนี้

1.1 

เขียนเป็นลำดับได้เป็น..........................................................................................................................................

จากลำดับที่ได้ ....................................................................................................................................

ลำดับดังกล่าวเป็นลำดับลู่เข้าหรือลู่ออก.........................................................................................................

1.2 

เขียนเป็นลำดับได้เป็น..........................................................................................................................................

จากลำดับที่ได้ .................................................................................................................................

ลำดับดังกล่าวเป็นลำดับลู่เข้าหรือลู่ออก.........................................................................................................

1.3 

เขียนเป็นลำดับได้เป็น..........................................................................................................................................

จากลำดับที่ได้ .................................................................................................................................

ลำดับดังกล่าวเป็นลำดับลู่เข้าหรือลู่ออก.........................................................................................................

1.4 

เขียนเป็นลำดับได้เป็น..........................................................................................................................................

จากลำดับที่ได้ .................................................................................................................................

ลำดับดังกล่าวเป็นลำดับลู่เข้าหรือลู่ออก.........................................................................................................

1.5 

เขียนเป็นลำดับได้เป็น..........................................................................................................................................

จากลำดับที่ได้ .................................................................................................................................

ลำดับดังกล่าวเป็นลำดับลู่เข้าหรือลู่ออก.........................................................................................................

1.6 

เขียนเป็นลำดับได้เป็น..........................................................................................................................................

จากลำดับที่ได้ ..............................................................................................................................

ลำดับดังกล่าวเป็นลำดับลู่เข้าหรือลู่ออก.........................................................................................................

จากกิจกรรมข้อ 1) จะได้ข้อคาดการณ์คือ

ให้ r เป็นจำนวนจริงบวก

*  ......................................................................................................................
*  ......................................................................................................................

1. จงหาลิมิตของลำดับต่อไปนี้

2.1 

เขียนเป็นลำดับได้เป็น..........................................................................................................................................

จากลำดับที่ได้ ....................................................................................................................................

ลำดับดังกล่าวเป็นลำดับลู่เข้าหรือลู่ออก.........................................................................................................

2.2 

เขียนเป็นลำดับได้เป็น..........................................................................................................................................

จากลำดับที่ได้ .................................................................................................................................

ลำดับดังกล่าวเป็นลำดับลู่เข้าหรือลู่ออก.........................................................................................................

2.3 

เขียนเป็นลำดับได้เป็น..........................................................................................................................................

จากลำดับที่ได้ .................................................................................................................................

ลำดับดังกล่าวเป็นลำดับลู่เข้าหรือลู่ออก.........................................................................................................

2.4 

เขียนเป็นลำดับได้เป็น..........................................................................................................................................

จากลำดับที่ได้ .................................................................................................................................

ลำดับดังกล่าวเป็นลำดับลู่เข้าหรือลู่ออก.........................................................................................................

2.5 

เขียนเป็นลำดับได้เป็น..........................................................................................................................................

จากลำดับที่ได้ .................................................................................................................................

ลำดับดังกล่าวเป็นลำดับลู่เข้าหรือลู่ออก.........................................................................................................

2.7 

เขียนเป็นลำดับได้เป็น..........................................................................................................................................

จากลำดับที่ได้ ..............................................................................................................................ลำดับดังกล่าวเป็นลำดับลู่เข้าหรือลู่ออก.........................................................................................................

2.8 

เขียนเป็นลำดับได้เป็น..........................................................................................................................................

จากลำดับที่ได้ .........................................................................................................................................

ลำดับดังกล่าวเป็นลำดับลู่เข้าหรือลู่ออก.........................................................................................................

2.9 

เขียนเป็นลำดับได้เป็น..........................................................................................................................................

จากลำดับที่ได้ ....................................................................................................................................

ลำดับดังกล่าวเป็นลำดับลู่เข้าหรือลู่ออก.........................................................................................................

2.10 

เขียนเป็นลำดับได้เป็น..........................................................................................................................................

จากลำดับที่ได้ ....................................................................................................................................

ลำดับดังกล่าวเป็นลำดับลู่เข้าหรือลู่ออก.........................................................................................................

จากกิจกรรมข้อ 2) จะได้ข้อคาดการณ์คือ

ให้ r เป็นจำนวนจริงบวก

* ถ้า  แล้ว .......................................................................................................
* ถ้า  แล้ว ......................................................................................................

**แบบฝึกทักษะที่ 1**

**เรื่อง การหาค่าลิมิตของลำดับอนันต์**

**คำชี้แจง** จงหาลิมิตของลำดับต่อไปนี้ โดยนักเรียนสามารถใช้เครื่องคำนวณตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ

1.  ....................................................................................................................................
2.  ....................................................................................................................................
3.  ....................................................................................................................................
4.  ....................................................................................................................................
5.  ....................................................................................................................................
6.  ....................................................................................................................................
7.  ....................................................................................................................................
8.  ....................................................................................................................................
9.  ....................................................................................................................................
10.  ....................................................................................................................................